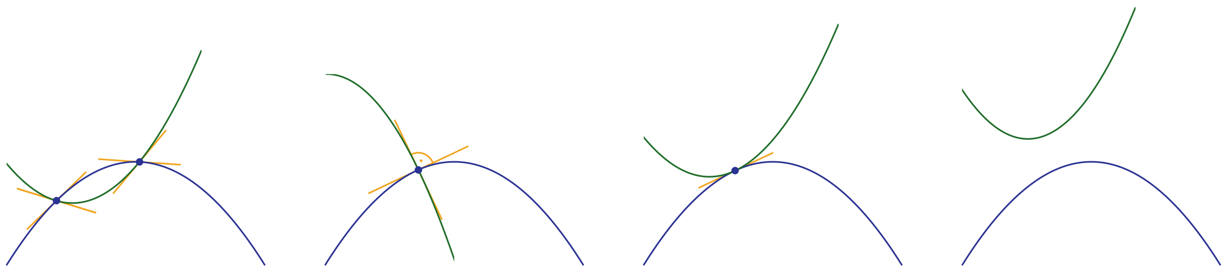
Theorie

Die Schaubilder K_f der Funktion f und K_g der Funktion g

- schneiden sich an der Stelle u, wenn $f(u) = g(u)$ und $f'(u) \neq g'(u)$ (→ Abb. 1a);
- schneiden sich an der Stelle u *senkrecht/orthogonal*, wenn $f(u) = g(u)$ und $f'(u) \cdot g'(u) = -1$ (→ Abb. 1b);
- berühren sich an der Stelle u, wenn $f(u) = g(u)$ und $f'(u) = g'(u)$ (→ Abb. 1c);
- schneiden sich an der Stelle u nicht, wenn $f(u) \neq g(u)$ (→ Abb. 1d).



(a) Schnittpunkte (b) senkrechter Schnitt (c) Berührpunkt (d) kein Schnittpunkt

Abbildung 1: Mögliche Lagen zweier Kurven

Aufgaben zum Abi-Check

• **1.** Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 - 1$ ist K_f, das der Funktion g mit $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ ist K_g. Beschreiben Sie die gegenseitige Lage von K_f und K_g. Zeichnen Sie K_f und K_g in ein gemeinsames Koordinatensystem.

••• **2.** Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = x^2 + bx + c$ ist K. Bestimmen Sie die Werte b und c so, dass die erste Winkelhalbierende das Schaubild K an der Stelle $x = 2$ berührt.

Lösungen

1. Schaubild siehe Abb. 2. Wir setzen $f(x) = g(x)$ und erhalten $x_1 = -2$ bzw. $x_2 = 2$. Es gilt $f(-2) = f(2) = 1$. Wir berechnen $f'(x) = -x^3 + 3x$ und $g'(x) = -x$. Nun stellen wir fest: $f'(-2) = g'(-2) = 2$, sowie $f'(2) = g'(2) = -2 \Rightarrow$ Berührpunkte $B_1(-2 \mid 1)$ und $B_2(2 \mid 1)$.

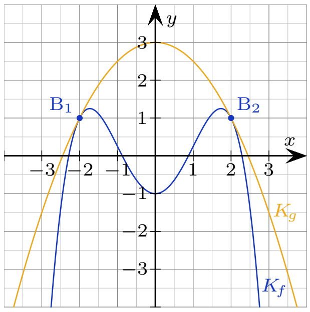


Abbildung 2: Schaubild zu Aufgabe 1

2. Mit den Bedingungen $f(2) = 2$ und $f'(2) = 1$ erhalten wir ein LGS bestehend aus I: $2b + c = -2$ und II: $b = -3$. Dann gilt: $f(x) = x^2 - 3x + 4$.