Intensivkurs Mathematik

Theorie

Gegeben sind zwei Funktionen f und g mit den Schaubildern K_f und K_g. Für den *Schnittwinkel* zwischen

(a) K_f und der x-Achse an der Stelle u gilt: $\alpha = \tan^{-1}(f'(u))$

(b) K_f und der y-Achse gilt: $\beta = 90^\circ - \tan^{-1}(f'(0))$

(c) K_f und K_g an der Stelle u gilt: $\tan\alpha = \left|\frac{f'(u)-g'(u)}{1+f'(u)g'(u)}\right|$

Aufgaben zum Abi-Check

- **1.** Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = 1 - x^2$ ist K. Berechnen Sie den Schnittwinkel von K mit der x-Achse bzw. y-Achse.
- **2.** Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = x^2 - 5x + 6$ ist K_f, das der Funktion g mit $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{1}{2}$ ist K_g. Unter welchem Winkel schneiden sich K_f und K_g an der Stelle $x = 1$?

Lösungen

1. x-Achse: $f(x) = 0$ für $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$. $f'(-1) = 2 \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(2) \approx 63{,}43°$. $f'(1) = -2 \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(-2) \approx -63{,}43°$. y-Achse: $f'(0) = 0 \Rightarrow \beta = 90° - \tan^{-1}(0) = 90°$

2. Wir berechnen $f'(x) = 2x - 5$ und $g'(x) = -x + 3$. Damit berechnen wir den Schnittwinkel: $\tan\alpha = \left|\frac{f'(1)-g'(1)}{1+f'(1)g'(1)}\right| = \left|\frac{-3-2}{1+(-3)\cdot 2}\right| = 1 \Rightarrow \alpha = 45°$.