Aufgaben zum Abi-Check

• **1.** Es ist die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ gegeben.

(a) Geben Sie die Koordinaten der Punkte für $t \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4\}$ an.

(b) Zeichnen Sie die Gerade g in ein geeignetes Koordinatensystem.

(c) Prüfen Sie, ob der Punkt Q(2 | −1 | 4) auf der Geraden liegt.

•• **2.** Wie liegen die Geraden g und h zueinander? Entscheiden Sie durch Rechnung.

$$g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad h:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

•• **3.** Es sind die drei Punkte A(4 | 2 | 2), B(3 | 3 | 4) und C(5 | 1 | 0) gegeben. Zeigen Sie, dass A, B und C auf einer gemeinsamen Geraden liegen.

•• **4.** Berechnen Sie die Spurpunkte der Geraden

$$g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit den drei Koordinatenebenen. Entscheiden Sie, ob g eine besondere Lage hat.

Lösungen

1. (a) $P_0(2 \mid 4 \mid 0)$, $P_1(2 \mid 3 \mid 1)$, $P_2(2 \mid 2 \mid 2)$, $P_3(2 \mid 1 \mid 3)$, $P_4(2 \mid 0 \mid 4)$

(b) Schaubild siehe Abb. 1.

(c) Wir setzen den Punkt in die Gerade ein: $\begin{pmatrix}2\\4\\0\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$. Wir berechnen II: $4 - t = -1 \Rightarrow t = 5$. Wir setzen $t = 5$ in III ein: $5 = 4$ (falsche Aussage). Also liegt Q nicht auf der Geraden.

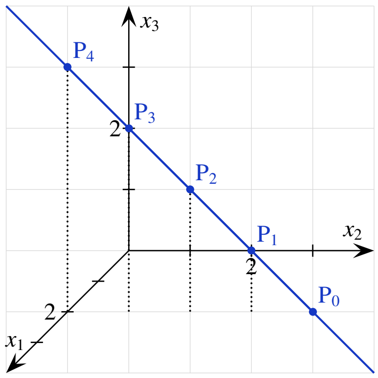

Abbildung 1: Schaubild zu Aufgabe 1

2. Wir setzen g und h gleich und berechnen die Lösung eines LGS aus I: $4 + s = 1 - t$ und II: $3 + 2s = 3 + t \Rightarrow s = -1, t = -2$. Wir setzen $s = -1$ und $t = -2$ in III ein: $-2 = -2$ (wahre Aussage). Wir setzen z.B. $s = -1$ in g ein: Somit $P(3 \mid 1 \mid -2)$.

3. Die Gerade durch A und B hat die Gleichung $g_{\text{AB}}: \vec{x} = \begin{pmatrix}4\\2\\2\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix}$. Die Gleichung $\begin{pmatrix}4\\2\\2\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\1\\0\end{pmatrix}$ ist erfüllt für $t = -1$. Somit gilt $C \in g_{\text{AB}}$.

4. x_1x_2-Ebene ($x_3 = 0$): III: $3 = 0 \Rightarrow S_{12}$ existiert nicht. x_1x_3-Ebene ($x_2 = 0$): II: $t = 0 \Rightarrow S_{13}(4 \mid 0 \mid 3)$. x_2x_3-Ebene ($x_1 = 0$): I: $4 + 2t = 0 \Rightarrow t = -2 \Rightarrow S_{23}(0 \mid -2 \mid 3)$. g ist parallel zur x_1x_2-Ebene.