



Aufgaben zum Abi-Check

- **1.** Ermitteln Sie die Gleichung der Ebene E , die zu dem Vektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ senkrecht ist und durch den Punkt $P(1 \mid 2 \mid 3)$ verläuft, in Normalform und Koordinatenform.
- **2.** Prüfen Sie, ob der Punkt $P(1 \mid -1 \mid 2)$ in der Ebene $E: x_1 - 3x_2 + x_3 = 5$ enthalten ist.
- **3.** Wandeln Sie die Ebene $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ in Koordinatenform um.
- **4.** Ermitteln Sie die Spurpunkte der Ebene $E: x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6$ mit den Koordinatenachsen sowie die Spurgeraden mit den Koordinatenebenen.



Lösungen

1. $E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} = 0, \quad 3 \cdot 1 + (-4) \cdot 2 + 1 \cdot 3 = c \Rightarrow c = -2 \Rightarrow E: 3x_1 - 4x_2 + x_3 = -2$

2. $1 - 3 \cdot (-1) + 2 = 6 \neq 5 \Rightarrow P \notin E$

3. $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 3 - 0 \cdot 0 \\ 0 \cdot (-1) - 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 0 - 3 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ bzw. $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Wir setzen $P(2 \mid 0 \mid 0)$ in die Ebene ein: $3 \cdot 2 - 2 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = c \Rightarrow c = 6 \Rightarrow E: 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 6$.

4. *Spurpunkte:* $S_1(6 \mid 0 \mid 0)$, $S_2(0 \mid -3 \mid 0)$, $S_3(0 \mid 0 \mid 2)$. *Spurgeraden:* x_1x_2 -Ebene: $x_1 - 2x_2 = 6$.
Setze $x_2 = t \Rightarrow x_1 = 6 + 2t \Rightarrow g_{12}$. x_1x_3 -Ebene: $x_1 + 3x_3 = 6$. Setze $x_3 = t \Rightarrow x_1 = 6 - 3t \Rightarrow g_{13}$.
 x_2x_3 -Ebene: $-2x_2 + 3x_3 = 6$. Setze $x_3 = t \Rightarrow x_2 = -3 + \frac{3}{2}t \Rightarrow g_{23}$. Wir erhalten:

$$g_{12}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 + 2t \\ t \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad g_{13}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 - 3t \\ 0 \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad g_{23}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 + \frac{3}{2}t \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{3}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$