Aufgaben zum Abi-Check

●● **1.** Berechnen Sie den Abstand des Punktes P(2 | 5 | −2) zur Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

●● **2.** Berechnen Sie den Abstand des Punktes P(6 | 5 | −7) zur Ebene E: $2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 4$.

●●● **3.** Berechnen Sie den Abstand der zueinander windschiefen Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Lösungen

1. *Lösungsweg 1*: Wir wählen $Q_t(1+2t \mid 4-t \mid 2t)$ auf g. Dann gilt $d(t) = \overline{PQ_t} = \sqrt{9t^2+6t+6}$. Wir minimieren $f(t) = 9t^2+6t+6$. Es gilt $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3}$. Zudem $f''(-\frac{1}{3}) = 18 > 0 \Rightarrow$ Tiefpunkt, sowie $d(-\frac{1}{3}) = \sqrt{5} \Rightarrow d = \overline{PQ_{-\frac{1}{3}}} = \sqrt{5}$. *Lösungsweg 2*: $Q_t(1+2t \mid 4-t \mid 2t)$. Wir berechnen $(1+2t-2)\cdot 2 + (4-t-5)\cdot(-1) + (2t+2)\cdot 2 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{3} \Rightarrow Q(\frac{1}{3} \mid \frac{13}{3} \mid -\frac{2}{3}) \Rightarrow d = \overline{PQ_{-\frac{1}{3}}} = \sqrt{5}$. *Lösungsweg 3*: E: $2x_1 - x_2 + 2x_3 = c$. Wir setzen $2\cdot 2 - 1\cdot 5 + 2\cdot(-2) = c \Rightarrow c = -5 \Rightarrow E$: $2x_1 - x_2 + 2x_3 = -5$. $2\cdot(1+2t) - (4-t) + 2\cdot(0+2t) = -5 \Rightarrow t = -\frac{1}{3}$. Schnittpunkt $Q_{-\frac{1}{3}}(\frac{1}{3} \mid \frac{13}{3} \mid -\frac{2}{3})$. $d = \overline{PQ_{-\frac{1}{3}}} = \sqrt{5}$.

2. $|\vec{n}| = 7$, $d = |\frac{2}{7}\cdot 6 - \frac{3}{7}\cdot 5 + \frac{6}{7}\cdot(-7) - \frac{4}{7}| = 7$

3. $Q(0 \mid 0 \mid 1)$, $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$, $|\vec{n}| = 7$, E: $2x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -6$, $d = |\frac{2}{7}\cdot(-1) + \frac{3}{7}\cdot 3 - \frac{6}{7}\cdot(-6) + \frac{6}{7}| = 7$