



Theorie

Die wichtigsten Integrationsregeln sind

$$(a) \int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$$

$$(c) \int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$(b) \int \cos x dx = \sin x + c$$

$$(d) \int e^x dx = e^x + c$$

Für alle integrierbaren Funktionen f und g , sowie $k \in \mathbb{R}$ gilt

$$(a) \int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$$

(„Vorfaktoren bleiben beim Integrieren bestehen“)

$$(b) \int f(x) + g(x) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

(„Bei Summen die Terme einzeln integrieren“)

$$(c) \int f(x) - g(x) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$$

(„Bei Differenzen die Terme einzeln integrieren“)

Aufgaben zum Abi-Check

- 1. Geben Sie eine Stammfunktion von f an. Führen Sie die Probe durch.

$$(a) f(x) = -2x^2 + 1$$

$$(b) f(x) = \sqrt{x}$$

$$(c) f(x) = \frac{1}{x^5}$$

- 2. Berechnen Sie das unbestimmte Integral und prüfen Sie Ihr Ergebnis durch Ableiten.

$$(a) \int 9x^2 + 2x + 4 dx$$

$$(c) \int \frac{2}{x^2} + \frac{6}{x^3} dx$$

$$(e) \int \pi \sin x dx$$

$$(b) \int 2\sqrt{x} dx$$

$$(d) \int 3 \cos x dx$$

$$(f) \int 4e^x + 2 dx$$

- 3. Berechnen Sie das unbestimmte Integral und prüfen Sie Ihr Ergebnis durch Ableiten.

$$(a) \int ax^4 dx$$

$$(b) \int ax^3 + bx^2 + dx + e dx$$

$$(c) \int ae^x + b \cos x dx$$

- 4. Das Schaubild einer Stammfunktion F von f mit $f(x) = 3x^3 + 2$ verläuft durch den Punkt $P(1 | -2)$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von F .



Lösungen

1. (a) $F(x) = -\frac{2}{3}x^3 + x$
(b) $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$
(c) $F(x) = -\frac{1}{4x^4}$
2. (a) $F(x) = 3x^3 + x^2 + 4x + c$
(b) $F(x) = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$
(c) $F(x) = -\frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} + c$
(d) $F(x) = 3 \sin x + c$
(e) $F(x) = -\pi \cos x + c$
(f) $F(x) = 4e^x + 2x + c$
3. (a) $F(x) = \frac{a}{5}x^5 + c$
(b) $F(x) = \frac{a}{4}x^4 + \frac{b}{3}x^3 + \frac{d}{2}x^2 + ex + c$
(c) $F(x) = ae^x + b \sin x + c$
4. $F(x) = \frac{3}{4}x^4 + 2x + c$, $F(1) = -2 \Leftrightarrow \frac{3}{4} + 2 + c = -2 \Leftrightarrow c = -\frac{19}{4}$. $F(x) = \frac{3}{4}x^4 + 2x - \frac{19}{4}$.