Aufgaben zum Abi-Check

●● **1.** Eine Firma stellt Tennisbälle her. Bisherige Untersuchungen haben gezeigt, dass ca. 8 % aller produzierten Bälle Mängel aufweisen. In einer neuen Prüfung mit 600 Bällen sind 15 mangelhaft. Berechnen Sie ein 95 %-Vertrauensintervall für den unbekannten Anteil an mangelhaften Bällen und interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

●●● **2.** Bei einer Umfrage mit 1 000 Befragten vor einer großen Wahl geben 250 Personen an, dass sie ihre Stimme für Partei A abgeben wollen.

(a) Ermitteln Sie ein 95 %-Konfidenzintervall für den Wähleranteil von Partei A.

(b) Wie viele Personen müssen mindestens befragt werden, damit das Ergebnis mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,7 % um maximal zwei Prozentpunkte vom zu erwartenden Ergebnis abweicht?

Intensivkurs Mathematik

Lösungen

1. Wir berechnen $h = \frac{15}{600} = 0{,}025$ und erhalten das 95 %-Vertrauensintervall $h \in [0{,}013;\ 0{,}037]$, denn

$$p_{1/2} = 0{,}025 \pm 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}025 \cdot (1 - 0{,}025)}{600}} \Rightarrow p_1 = 0{,}013,\ p_2 = 0{,}037.$$

Die Aussage, dass etwa 8 % aller Bälle mangelhaft sind, muss auf jeden Fall angepasst werden. Denn dieser Wert ist nicht einmal annähernd mit dem Stichprobenergebnis verträglich.

2. (a) Wir berechnen $h = \frac{250}{1\,000} = 0{,}25$ und erhalten das 95 %-Konfidenzintervall $h \in [0{,}223;\ 0{,}277]$, denn

$$p_{1/2} = 0{,}25 \pm 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}25 \cdot (1 - 0{,}25)}{1\,000}} \Rightarrow p_1 = 0{,}223,\ p_2 = 0{,}277.$$

(b) Für die Länge des Konfidenzintervalls gilt hier $d_{\max} = 2z\sqrt{\frac{h(1-h)}{n}} \leq 0{,}04$ mit $z = 3$ ($\gamma = 99{,}7$ %). Wir berechnen

$$n \geq \frac{4z^2h(1-h)}{d_{\max}^2} = \frac{4 \cdot 3^2 \cdot 0{,}25 \cdot (1 - 0{,}25)}{0{,}04^2} = 4\,218{,}75.$$

Somit muss $n \geq 4\,219$ sein.