Intensivkurs Mathematik

Aufgaben zum Abi-Check

• **1.** Es ist das Viereck ABCD mit den Punkten A(3 | 10 | 0), B(10 | 11 | 0), C(11 | 4 | 10), D(4 | 3 | 10) gegeben.

(a) Berechnen Sie die Vektoren $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ und $\overrightarrow{DA}$.

(b) Begründen Sie, dass ABCD ein Parallelogramm ist.

•• **2.** Ein geradliniger Stab hat die Eckpunkte A(4 | 5 | 1) und B(−3 | −2 | 8). Brechen Sie ihn in sieben gleich lange Teile und geben Sie die Koordinaten der Bruchpunkte an. *Hinweis*: Fertigen Sie eine Skizze an.

••• **3.** Welche der Punkte P_1(5 | 6 | 0), P_2(2 | 3 | 3), P_3(0 | 1 | 5) bzw. P_4(1 | 4 | 4) liegen auf der von den Punkten A(4 | 5 | 1) und B(−3 | −2 | 8) begrenzten *Strecke* AB? Begründen Sie durch Rechnung.

Lösungen

1. (a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \\ 10 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -7 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -10 \end{pmatrix}$

(b) ABCD ist ein Parallelogramm, denn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ und $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

2. Für die Bruchpunkte B_k gilt: $\overrightarrow{OB_k} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{7}k \cdot \overrightarrow{AB}$, $k \in \{1; \ldots; 6\}$. Wir erhalten $B_1(3 \mid 4 \mid 2)$, $B_2(2 \mid 3 \mid 3)$, $B_3(1 \mid 2 \mid 4)$, $B_4(0 \mid 1 \mid 5)$, $B_5(-1 \mid 0 \mid 6)$, $B_6(-2 \mid -1 \mid 7)$, siehe Abb. 1.

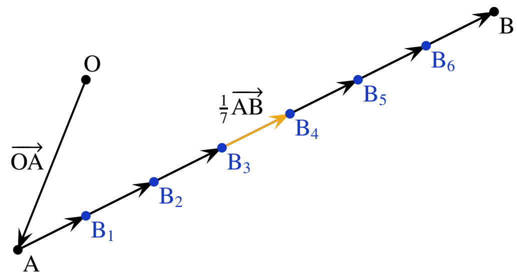

Abbildung 1: Skizze zu Aufgabe 2

3. Ein Punkt P liegt genau dann auf dieser Strecke, wenn der Vektor $\overrightarrow{AP}$ ein Vielfaches des Vektors $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ist, d.h. $\overrightarrow{AP} = k \cdot \vec{a}$, wobei $k \in [0;\ 1]$. Wir berechnen:

$$\vec{a} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -7 \\ -7 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AP_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AP_2} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AP_3} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AP_4} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Wir berechnen $\overrightarrow{AP_1} = k \cdot \vec{a} \Rightarrow k = -\frac{1}{7} \Rightarrow P_1 \notin AB$. $\overrightarrow{AP_2} = k \cdot \vec{a} \Rightarrow k = \frac{2}{7} \Rightarrow P_2 \in AB$. $\overrightarrow{AP_3} = k \cdot \vec{a} \Rightarrow k = \frac{4}{7} \Rightarrow P_3 \in AB$. $\overrightarrow{AP_4} = k \cdot \vec{a} \Rightarrow$ unlösbar $\Rightarrow P_4 \notin AB$.