




Aufgaben zum Abi-Check

- **1.** Für zwei Ereignisse A und B gilt $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ und $P(A \cap B) = \frac{3}{10}$. Berechnen Sie $P(A | B)$ und $P(B | A)$.
- **2.** In einer Urne U_1 liegen 7 weiße und 3 schwarze Kugeln, in einer Urne U_2 liegen 4 weiße und 6 schwarze Kugeln. Wir greifen zufällig in eine Urne und ziehen eine Kugel. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.
 - (a) die gezogene Kugel ist weiß
 - (b) die gezogene Kugel ist schwarz
 - (c) die gezogene Kugel ist aus U_1
 - (d) die aus U_1 gezogene Kugel ist weiß
 - (e) die gezogene weiße Kugel ist aus U_1
 - (f) die gezogene schwarze Kugel ist aus U_2
- **3.**  Ein Arzt stellt bei kranken Patienten zu 90 % die richtige Diagnose. Allerdings hält er gesunde Patienten in 15 % aller Fälle fälschlicherweise für krank. 80 % der Patienten in der Arztpraxis sind tatsächlich krank.
 - (a) Ein zufällig ausgewählter Patient wird von dem Arzt als krank bescheinigt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er tatsächlich krank?
 - (b) Ein zufällig ausgewählter Patient erhält die richtige Diagnose. Mit welcher Wahrscheinlichkeit handelt es sich um einen kranken Patienten?



Lösungen

1.

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{5}, \quad P(B | A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{4}.$$

2. Baumdiagramm siehe Abb. 1.

(a) $P(\text{weiß}) = \frac{11}{20}$

(c) $P(\text{Kugel aus } U_1) = \frac{1}{2}$

(e) $P(\text{aus } U_1 | \text{weiß}) = \frac{7}{11}$

(b) $P(\text{schwarz}) = \frac{9}{20}$

(d) $P(\text{weiß} | \text{aus } U_1) = \frac{7}{10}$

(f) $P(\text{aus } U_2 | \text{schwarz}) = \frac{2}{3}$

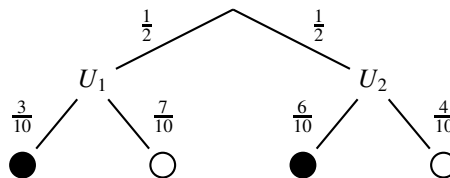


Abbildung 1: Baumdiagramm zu Aufgabe 2

3. Wir definieren die Ereignisse $A =$ „der Patient erhält die richtige Diagnose“ und $B =$ „der Patient wird als krank bescheinigt“.

(a) Wir berechnen $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,8 \cdot 0,9}{0,8 \cdot 0,9 + 0,2 \cdot 0,15} = 0,96$.

(b) Wir berechnen $P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,8 \cdot 0,9}{0,8 \cdot 0,9 + 0,2 \cdot 0,85} = \frac{72}{89} = 0,809$.