



Aufgaben zum Abi-Check

- 1. Berechnen Sie $E(X)$, $\text{var}(X)$ und $\sigma(X)$ der Zufallsgröße X .

k	1	2	3	4	5
$P(X = k)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{20}$

- 2. Wir werfen einen Würfel zweimal. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Zufallsgröße $X =$ „Augensumme“ an und zeichnen Sie jeweils ein Histogramm.
- 3. Bei einem Glücksspiel beträgt der Einsatz 1,50 €. Es werden zwei Würfel geworfen. Sind die Augenzahlen gleich, so erhält der Spieler 3 €. Ist die Differenz der Augenzahlen 4, werden 4 € ausgezahlt. Bei den Kombinationen 16 bzw. 61 erhält er 8 €.
 - (a) Wie groß ist der durchschnittliche Gewinn (bzw. Verlust) des Spielers?
 - (b) Bei welchem Einsatz wäre das Spiel fair?
 - (c) Machen Sie einen Vorschlag, wie man die Gewinne anpassen könnte, damit das Spiel bei einem Einsatz von 1,50 € fair wäre.



Lösungen

1.

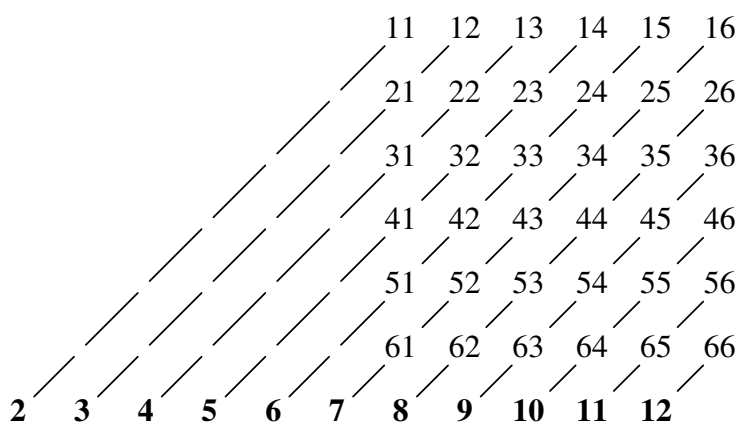
$$E(X) = 1 \cdot P(X = 1) + 2 \cdot P(X = 2) + \dots + 5 \cdot P(X = 5) = 1 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,15 + \dots + 5 \cdot 0,05 = 3$$

$$\text{var}(X) = E((X - E(X))^2) = (1 - 3)^2 \cdot P(X = 1) + (2 - 3)^2 \cdot P(X = 2) + \dots + (5 - 3)^2 \cdot P(X = 5)$$

$$= 4 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,15 + \dots + 4 \cdot 0,05 = 1,$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{var}(X)} = \sqrt{1} = 1.$$

2. Wir können die Ergebnisse auf geschickte Weise zusammenfassen:



Dabei erhalten wir die folgende Tabelle und das dazugehörige Schaubild (Abb. 1).

k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

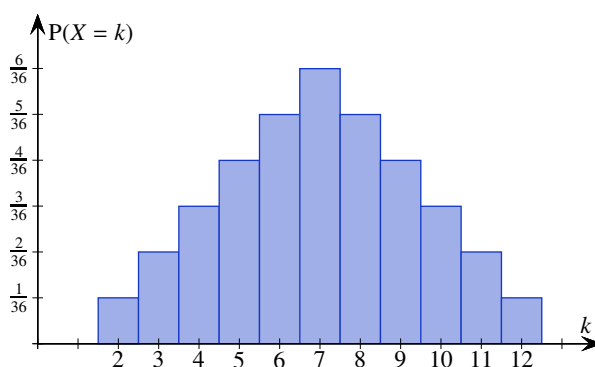


Abbildung 1: Schaubilder zu Aufgabe 2

3. (a) $P(\text{Augenzahlen gleich}) = \frac{6}{36}$. $P(\text{Differenz der Augenzahlen ist } 4) = \frac{4}{36}$. $P(\text{Kombi } 16 \text{ bzw. } 61) = \frac{2}{36}$. Wir berechnen $E(X) = 3 \cdot \frac{6}{36} + 4 \cdot \frac{4}{36} + 8 \cdot \frac{2}{36} = \frac{25}{18}$. Somit hat ein Spieler den durchschnittlichen Verlust $E(X) - m = \frac{25}{18} - 1,5 = -\frac{1}{9}$.

(b) Für den Einsatz m müsste gelten: $m = E(X) = \frac{25}{18}$.



- (c) *Möglichkeit 1*: Mit der Rechnung $3 \cdot \frac{6}{36} + 8 \cdot \frac{2}{36} + k \cdot \frac{4}{36} = 1,5 \Rightarrow k = 5$ müsste der Gewinn für eine Differenz von 4 der Augenzahlen dann 5 € betragen. Mit ähnlichen Rechnungen könnten wir auch andere Vorschläge machen, z.B. *Möglichkeit 2*: Gewinn für gleiche Augenzahlen: $\frac{11}{3}$ €. *Möglichkeit 3*: Gewinn für Kombination 16 bzw. 61: 10 €.